

## Difrakciona rešetka

U prethodnom poglavlju opisana je difrakcija svetlosti na jednom prorezu. Optički element koji sadrži veliki broj proreza naziva se **difrakciona rešetka**.



Difrakciona rešetka

Veličina proreza je  $a$ , dok je rastojanje između proreza  $d$ , i to rastojanje se naziva konstanta difrakcione rešetke. Razmotrimo sada difrakciju svetlosnog talasa koji prolazi kroz difrakcionu rešetku, koja sadrži  $N$  proreza.

Neka je upadni svetlosni talas opisan vektorom elektičnog polja

$$E = E_0 \cos \omega t$$

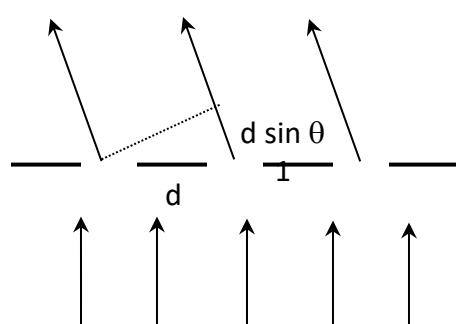
gde je  $E_0$  amplituda upadnog svetlosnog talasa po jediničnoj dužini proreza. Tada će rezultujući talas od svih tačaka na jednom prorezu biti opisan izrazom

$$E_1 = E'_0 \operatorname{Re} \{ e^{i\omega t} \}, \text{ gde važi da je } E'_0 = E_0 \frac{\sin(k_\theta a/2)}{k_\theta a/2}; k_\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta.$$

Rezultujući talas drugog proreza će biti  $E_2 = E'_0 \operatorname{Re} \{ e^{i(\omega t + \delta)} \}$ , sa faznom razlikom u odnosu na

prvi prorez  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$  (videti sliku 4.5.2). Za  $N$ -ti prorez rezultujući talas će biti oblika

$$E_N = E'_0 \operatorname{Re} \{ e^{i(\omega t + (N-1)\delta)} \}.$$



## Fraunhoferova difrakcija na difrakcionoj rešetki

Rezultujući talas koji se emituje sa rešetke, od svih N proreza, jednak je zbiru rezultujućih talasa pojedinačnih proreza:

$$E_{RN} = E_1 + E_2 + \dots + E_N = E'_0 \operatorname{Re} \left\{ e^{i\omega t} \left( 1 + e^{i\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta} \right) \right\}$$

Kada izračunamo sumu u zagradi, dobijamo:

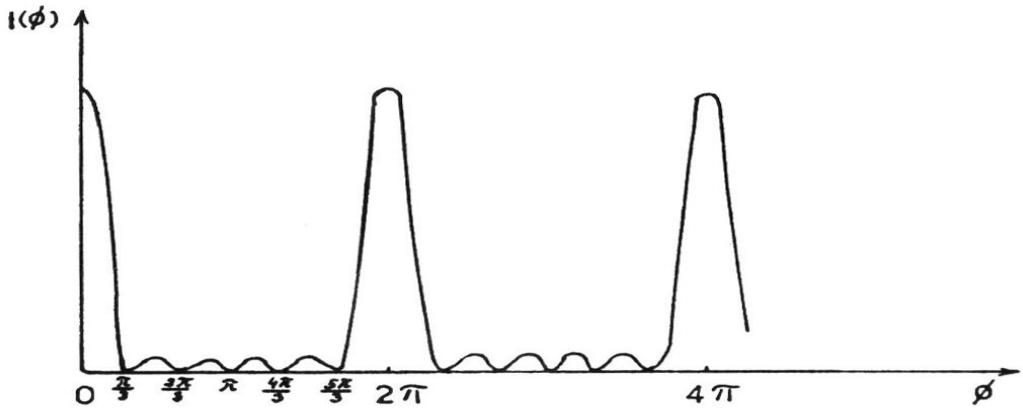
$$E_{RN} = E'_0 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} e^{i\omega t} \right\}$$

Intezitet je proporcionalan prosečnoj vrednosti kvadrata amplitude:

$$I_N = I'_0 \frac{\sin^2(N d \sin \theta \pi / \lambda)}{\sin^2(d \sin \theta \pi / \lambda)}$$

$$\text{gde je } I'_0 = I_0 \frac{\sin^2(\sin \theta \pi a / \lambda)}{(\sin \theta \pi a / \lambda)^2}.$$

Na Slici 4.5.3 prikazana je difrakciona slika koja potiče od difrakcione rešetke sa N=6 proreza u funkciji od fazne razlike  $\delta=\varphi=kd \sin \theta$ .



Slika 4.5.3 Raspodela intenziteta svetlosti nakon difrakcione rešetke

Uslov za pojavu maksimuma intenziteta svetlosti pri difrakciji, prema relaciji, je  $\sin(d \sin \theta \pi / \lambda) = 0$ , odnosno važi da je

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m=0,1,2\dots$$

Pojavljuju se jaki uski maksimumi u tačkama P u kojima talasi iz svih N izvora dolaze u fazu, tj, za  $\phi=0, 2\pi, 4\pi\dots$  Tada se brojilac I imenilac u izrazu koji sledi poništavaju, a intezitet ima vrednosti:

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)} = I_0 \left(\frac{N\phi}{2}\right)^2 = N^2 I_0$$

Maksimumi inteziteta (tj. Potpuno poništavanje talasa) pojavljuju se u tačkama u kojima talasi dolaze sa faznom razlikom. Tako da brojilac u izrazu za intezitet jednak nuli, a imenilac različit od nule. Između jakih maksimuma pojavljuje se  $(N-2)$  sekundarnih maksimuma na mestima gde je brojilac u izrazu za intezitet jednak jedinici (na prethodnoj slici to je  $N-2=4$  sekundarnih maksimuma). U izrazu (20) se vidi kad su izvori u fazi intezitet  $N^2$  je jači od  $I_0$  inteziteta. To je slučaj **LASER-** a.

Ako svetlost prolazi kroz N paralelnih svetlih otvora difrakciona slika se menja u odnosu na onu koja nastaje pri prolasku svetlosti kroz jedan otvor. U ovom slučaju se javljaju jasno izraženi glavni maksimumi izmedju kojih postoji  $N-2$  naizmenično postavljena maksimuma

znatno manjeg intenziteta.. Sto je broj N veći glavni maksimumi su sve većeg intenzitet i sve uži, tako da je difrakciona slika sve jače izražena.

Pločica koja sadrži veliki broj zareza, često 1000 ili više po 1mm dužine, zove se **difrakciona rešetka**, i prikazana je na slici 2. Postoje transmisione i refleksione difrakcione rešetke.

**Transmisione** se prave od providnog materijala I u njih se posebnim postupcima urezuju žlebovi na jednakim rastojanjima. Mesto gde je urezan žleb je ne providno tj. ne propušta svetlos, pa je prostor između dva žleba praktično tanak otvor.

**Refleksione rešetke** se prave urezivanjem tankih linija na refleksionim površinama tj. ogledalima.

Rastojanje između dve susedne urezane linije naziva se **korak rešetke** i najčešće se obeležava sa **d**. Korak rešetke se dobija kada se **dužina rešetke L** podeli sa **brojem zareza N**. **Konstanta rešetke** je jednaka broju zareza po jedinici dužine i obeležava se sa **a** i najčešće je data kao broj zareza po 1mm dužine rešetke. Na osnovu ovoga je jasno da je konstanta rešetke jednaka recipročnoj vrednosti koraka rešetke.

Difrakcione rečetke se koriste za određivanje talasne dužine monohromatske svetlosti kao i za razlaganje složene svetlosti na osnovne boje. Talasna dužina se određuje iz izraza (4.5.5) tako što se prethodno izmere uglovi skretanja za maksimume različitog reda.

Kada bela svetlost ili neka druga svetlost koja sadrži talase više talasnih dužina, pada normalno na difrakcionu rešetku, na osnovu izraza (4.5.4) svetlost svake boje skreće za poseban ugao  $\theta$ . Ako na difrakcionu rešetku pada bela svetlost, tada je centralni maksimu takodje bela svetlost, međutim ostali maksimumi višeg reda se vide u obliku spektara tj. duge. Kako u opsegu vidljive svetlosti ljubičasta svetlost ima najmanju talasnu dužinu, oko 380 nm, a crvena najveću oko 760 nm, pa u spektru najmanje skreće ljubičasta, a najviše crvena svetlost. Svakoj boji iz spektra, može da se odredi talasna dužina, ako se prethodno izmere uglovi skretanja za svaku boju. Pri korišćenju difrakcione rešetke za određivanje talasne dužine svetlosti i razlaganje svetlosti definišu se kao karakteristične veličine:

- a) disperzija rešetke i
- b) moć razlaganja rešetke.

**a) disperzija rešetke**

Da bi se difrakciona rešetka koristila za razlikovanje bliskih talasnih dužina, linije na zaklonu koje odovaraju ovim talasnim dužinama treba da budu medjusobno na što većem rastojanju tj.

da se vide pod dovoljno velikim uglom. Sposobnost razlaganja linija se zove (*uglovna disperzija*) i definiše se kao;

$$D_R = \frac{d\theta}{d\lambda}$$

gde je  $\Delta\theta$  uglovna razdvojenost dve linije koje se po talasnim dužinama razlikuju za  $\Delta\lambda$ . Diferenciranjem izraza za difrakcionu rešetku (4.5.5) se dobija da je  $d \cos\theta d\theta = m d\lambda$ , odakle sledi da je

$$D_R = \frac{m}{d \cos\theta}$$

Bolju disperziju dobijamo sa rešetkom malog koraka i kada posmatramo viši red zraka m. Disperzija ne zavisi od broja zareza na rešetki N.

### b) moć razlaganja rešetke

Da bi se razlikovale linije bliskih talasnih dužina one pored dovoljne razlike u uglu pod kojim se vide moraju biti i uske da bi se što bolje razlikovale. Zato se definiše i moć razlaganja difrakcione rešetke R kao

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda}$$

gde je  $\Delta\lambda$  najmanja razlika talasnih dužina koja može da se razlikuje u okolini talasne dužine  $\lambda$ .

Pokazuje se da je

$$R = mN$$

Da bi se postigla što veća moć razlaganja potrebno je da rešetka ima što više proreza i da se za razlaganje linija koristi što veći red difrakcije.